FBJM - FINALE   9 MAI 2020

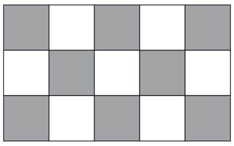
DÉBUT TOUTES CATÉGORIES

1. ROUE DE NOMBRES (coefficient 1)

Une roue roule sans glisser sur une portion de route pavée. La roue est divisée en huit quartiers numérotés de 1 à 8 et, lorsqu'elle roule, un quartier se positionne toujours exactement sur un pavé. **Quel sera le numéro du quartier coïncidant avec le 21ème pavé ?**

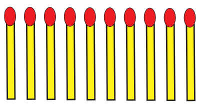
2. LES DEUX MAISONS (coefficient 2)
Léa et Léo habitent dans des maisons situées dans la même rue. Chaque maison a un numéro à deux chiffres. La différence entre les numéros des deux maisons est égale à 20 et la somme des numéros des deux maisons est égale à 120. La maison de Léa a un numéro plus grand que celui de la maison de Léo.
Quel est le numéro de la maison de Léa ?

3. DE 1 À 15 (coefficient 3)



Mathias écrit les nombres de 1 à 15 dans les cases de ce damier, de telle sorte qu'il n'y ait jamais deux nombres impairs dans deux cases qui se touchent par un côté. Il additionne les nombres écrits dans les cases grises.
Combien va-t-il trouver ?

4. LES ALLUMETTES (coefficient 4)

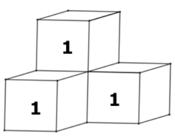


Mathilde a posé 10 allumettes devant elle. Elle propose à Mathias le jeu suivant : à tour de rôle, on peut ôter 1 allumette, 2 allumettes ou 3 allumettes. Celui qui prend la dernière allumette gagne. Mathilde joue la première.
Combien d'allumettes doit-elle prendre pour être sûre de gagner, quel que soit le jeu de Mathias ?

5. QUI A VOLÉ L'ORANGE ? (coefficient 5)
Le marchand interroge quatre garnements pour savoir qui lui a pris une orange.
« C'est Alice » dit Maël.
« Non, c'est Fanny » dit Alice.
« En tout cas, ce n'est pas moi » dit Kevin.
« Alice est une menteuse » dit enfin Fanny.
Un seul enfant a menti.
Qui a volé l'orange ?

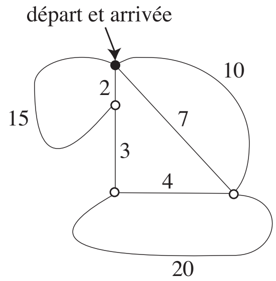
FIN CATÉGORIE CE

6. EMPILEMENT DE DÉS (coefficient 6)



Mathias décide d'empiler quatre dés normaux. comme sur la figure ci-contre.
On rappelle que sur un dé normal, la somme des nombres situés sur des faces opposées est toujours égale à 7.
Les quatre dés sont posés sur une table. Les faces en contact avec la table et les faces entre deux cubes ne sont pas visibles. **Quelle est la somme des nombres visibles, au maximum ?**

7. BALADE EN FORÊT (coefficient 7)



Zoé décide d'aller faire des promenades dans la forêt près de chez elle : ci-contre un petit croquis des chemins possibles avec leur longueur en hectomètres.
Elle désire faire des circuits sans repasser deux fois sur le même chemin lors d'une balade, mais elle ne parcourt pas forcément tous les chemins lors d'une sortie. Au cours d'un même circuit, elle peut passer deux fois par un même carrefour, y compris celui du départ.
Si chaque jour elle désire parcourir une distance différente, combien de jours lui faudra-t-il pour épuiser toutes les possibilités ?

8. PARTAGE ÉQUITABLE (coefficient 8)

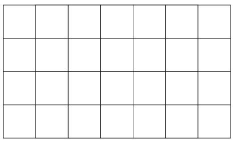
Mathias a trouvé huit jetons d'un jeu de loto, numérotés de 1 à 8. Il demande à Mathilde de séparer ces jetons en deux groupes tels que la somme des numéros de chaque groupe soit la même. Mathilde trouve immédiatement une solution :
$1 + 2 + 3 + 4 + 8 = 5 + 6 + 7 = 18$.
La boîte de jetons contient également tous les jetons numérotés de 9 à 20. Mathilde demande alors à Mathias :
Si j'ajoute successivement à tes huit jetons le jeton 9, puis le 10, puis le 11, etc, jusqu'à 20, dans l'ordre et sans sauter de numéro, dans combien de cas aurai-je un nombre de jetons où l'on pourra faire un partage en deux groupes de même somme ?
Note : On ne comptera les cas qu'à partir de 9 jetons.

FIN CATÉGORIE CM

<u>Problèmes 9 à 18</u> : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9. MATHS EN JEAN (coefficient 9)
Un jean est composé de 0,6 m^2 de tissu et de deux trous dont l'aire totale est égale à 20 % de celle de tissu.
Chaque lavage use le jean, et 10 cm^2 de tissu sont remplacés par 10 cm^2 de trou.
Après combien de lavages y aura-t-il autant de surface de trous que de surface de tissu ?

10. MORPION (coefficient 10)



Mathias pose des pions sur cette grille rectangulaire de 7 cases sur 4. Il s'interdit de placer des pions dans 3 cases placées côte à côte en ligne, en colonne ou en diagonale.

Combien pourra-t-il placer de pions, au maximum ?

11. Le nombre magique (coefficient 11)

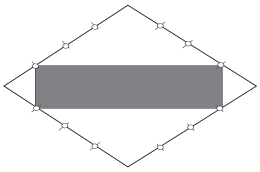
Mathilde a trouvé un nombre à 4 chiffres, qui ne contient pas de 0. Le chiffre des centaines de ce nombre est le double de celui des milliers, et le chiffre des unités est le double de celui des dizaines. De plus, en divisant ce nombre par la somme de ses chiffres, on obtient un nombre entier.

Quel est le nombre de Mathilde ?

FIN CATÉGORIE **C1**

12. Le rapport géométrique (coefficient 12)

Les côtés d'un losange sont partagés par quarts, et on a inscrit dedans un rectangle selon le dessin ci-contre.

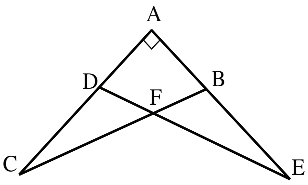


Quel est le rapport de l'aire du rectangle sur l'aire du losange ?

On donnera sa valeur avec trois chiffres après la virgule.

13. La condition d'égalité (coefficient 13)

Les triangles ABC et ADE sont rectangles en A et isométriques. L'aire du quadrilatère ADFB est égale à la somme des aires des triangles CFD et BFE.



Quel est le rapport de la longueur AB sur la longueur AC ? On donnera la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

Note : La figure n'est pas à l'échelle.

14. En ajoutant 20 (coefficient 14)

Mathilde a écrit un nombre ayant au plus six chiffres.

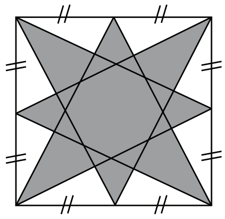
Mathias a écrit 20 devant le nombre de Mathilde et a obtenu un premier nombre A. Il a ensuite écrit successivement un 2 puis un 0 à droite du nombre de Mathilde et a ainsi obtenu un second nombre B. Les nombres A et B ont donc deux chiffres de plus que le nombre choisi par Mathilde.

Mathilde fait remarquer à Mathias que des deux nombres A et B, l'un est égal aux 2/5 de l'autre.

Quel était le nombre initial choisi par Mathilde ?

FIN CATÉGORIE **C2**

15. Ma part d'étoile (coefficient 15)



Quel pourcentage de l'aire du carré représente l'aire de l'étoile qui est inscrite dedans ?

On donnera le résultat en % et on l'arrondira éventuellement à l'unité la plus proche.

16. Douze diviseurs (coefficient 16)

Le nombre 2020 admet 12 diviseurs dont le 7$^{\text{ème}}$ est un nombre premier lorsqu'on écrit ces diviseurs dans l'ordre croissant.

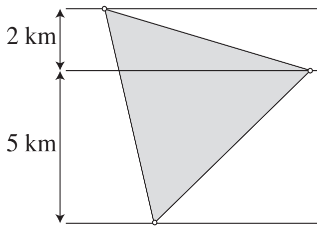
Quelle année future du 21$^{\text{ème}}$ siècle admettra 12 diviseurs, et pour laquelle, lorsque ces diviseurs sont rangés dans l'ordre croissant, le 7$^{\text{ème}}$ sera un nombre premier ?

Note : il peut évidemment y avoir des nombres premiers avant le 7$^{\text{ème}}$ diviseur.

FIN CATÉGORIES **L1, GP**

17. La forêt triangulaire (coefficient 17)

Cette forêt a la forme d'un triangle équilatéral. Trois routes parallèles passent respectivement par chacun de ses trois sommets. Deux de ces routes sont espacées de 2 km et la troisième est espacée de 5 km et de 7 km des deux premières (voir la figure).

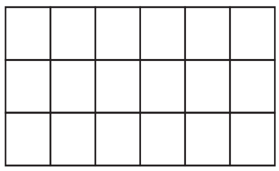


Quelle est la longueur du côté de la forêt ?

On donnera la réponse en kilomètres. Si nécessaire, on prendra 1,414 pour $\sqrt{2}$; 1,732 pour $\sqrt{3}$; 2,236 pour $\sqrt{5}$; 3,6056 pour $\sqrt{13}$, et on arrondira au mètre le plus proche.

18. Carrés petits et grands (coefficient 18)

Dans la figure ci-contre, on compte 32 carrés dessinés : 18 petits et des plus grands.



Dans un rectangle bien plus grand composé lui aussi de petits carrés tous de même dimension, il y a au total 1365 carrés, quelle que soit leur taille.

Combien ce rectangle compte-t-il de petits carrés ?

FIN CATÉGORIES **L2, HC**